

一次方程式 ① 方程式とその解

中学1年生・数学 / 第3章 一次方程式 / 難易度：標準

この単元のゴール

この単元では、次の3つが「自分のことばで説明できる・できる」ようになることを目指します。

- ① **方程式とは何か**（ふつうの計算式と何がちがうのか）
- ② **解とは何か**（「方程式を解く」とはどういうことか）
- ③ **解の確かめ方**（その数が本当に答えかどうかを自分でチェックできる）

※ ここは第3章のいちばんの土台です。今は「解き方」よりも**意味**をしっかりつかむのが目標。意味がわかると、このあとの計算も文章題もぐっと楽になります。

1. 等式とは

等式… 「＝（イコール）」で2つの式を結んだもの。

・＝の**左がわ**を **左辺（さへん）** ・＝の**右がわ**を **右辺（うへん）** ・両方あわせて **両辺（りょうへん）**

例： $2x = 6$ … 左辺は $2x$ 、右辺は 6 。

★「＝」の意味をかんちがいしていませんか？

小学校では「 $3+4=$ 」と書いて「答えは7」のように、＝を「**答えを出す合図**」として使うことが多かったはずです。

でも数学の＝は、本当は「**左がわと右がわが同じ（つり合っている）**」ことを表す記号です。

・ $3+4=7$ … 「 $3+4$ 」と「 7 」は同じ大きさ、という意味。

・ $x+3=8$ … 「 $x+3$ 」と「 8 」が同じ大きさ、という意味。

この「＝は**つり合い**を表す」という感覚が、方程式の理解のカギになります。

★てんびんでイメージしよう

等式は、左右がつり合った**てんびん**と同じです。

左辺 = 右辺 （左の皿の重さ = 右の皿の重さ）

左右が同じ重さだからこそ、棒は水平のまま。だから等式では「左辺の値」と「右辺の値」は**必ず同じ**になります。

等式・式・不等式の区別

種類	とくちょう	例
式（しき）	=も不等号もない。計算のかたまり	$3x-1$ 、 $2a+5$
等式	=がある。左辺と右辺が等しい	$2x=6$ 、 $x+3=8$
不等式	$<$ ・ $>$ ・ $\leq$ ・ $\geq$ がある。大小を表す	$x+3>5$ 、 $2x\leq 10$

方程式は、この中の「等式」のなかまです。

2. 方程式とは

方程式… まだわからない数（ x など）を含み、 x の値によって、成り立ったり成り立たなかったりする等式のこと。

例： $x+3=8$ は、 x にどんな数を入れるかで「正しい等式」になったり「まちがった等式」になったりする。

★ 実際に x にいろいろな数を入れてみよう（ $x+3=8$ ）

左辺 $x+3$ に数を入れて、右辺の 8 と同じになるか確かめます。

x に入れる数	左辺 $x+3$ の計算	右辺	成り立つ？
$x=1$	$1+3=4$	8	$4 \neq 8 \rightarrow$ 成り立たない
$x=3$	$3+3=6$	8	$6 \neq 8 \rightarrow$ 成り立たない
$x=5$	$5+3=8$	8	$8=8 \rightarrow$ 成り立つ！
$x=7$	$7+3=10$	8	$10 \neq 8 \rightarrow$ 成り立たない

このように、 $x=5$ のときだけ「正しい等式」になります。 **x の値しだいで○にも×にもなる——これが方程式です。**

★ ふつうの等式（いつでも成り立つ）とのちがい

- ・ $3+4=7$... x が入っていない。いつでも正しい（確かめる必要なし）。
- ・ $x+3=8$... x が入っていて、**ある特定の数のときだけ正しい。**

方程式は「正しくなる x をさがす」ための等式、と考えるとわかりやすいです。

3. 方程式の解

解（かい）… 方程式を成り立たせる x の値のこと。

その解をすべて求めることを「方程式を解く」という。

例： $x+3=8$ の解は **$x=5$** 。

★ 方程式は「なぞなぞ」だと思おう

$x+3=8$ は、ことばにすると

「ある数に3をたしたら8になった。ある数は何？」

というなぞなぞです。答えは「5」。このあてはまる数（5）が「解」です。

- ・解は **x の値（数）** であって、式ではありません。
- ・「方程式」＝なぞなぞの文、「解」＝その答えの数、と区別しましょう。

4. 解の確かめ方（とても大切）

ある数が解かどうかは、次の手順で確かめます。

- ① その数を **左辺の x** に代入して計算する
 - ② その数を **右辺の x** に代入して計算する（右辺に x がなければ、そのままの数）
 - ③ **左辺の値と右辺の値が等しければ「解」、ちがえば「解ではない」**
- ※「代入（だいにゅう）」＝文字のところに数をあてはめること。

★ 確かめの「書き方の型」（例： $x=5$ は $x+3=8$ の解か）

つぎのように、左辺と右辺を別々に計算して比べます。

$$(\text{左辺}) = 5 + 3 = 8$$

$$(\text{右辺}) = 8$$

→ 左辺＝右辺 ($8=8$) だから、 $x=5$ は**解である**。

この「左辺＝…、右辺＝…」と2行に分けて書くクセをつけると、ミスがほぼなくなります。

★ 解でない例（ $x=4$ は $x+3=8$ の解か）

$$(\text{左辺}) = 4 + 3 = 7$$

$$(\text{右辺}) = 8$$

→ $7 \neq 8$ なので、 $x=4$ は**解ではない**。

左辺だけ・右辺だけを見て判断してはいけません。**両方を出して比べるのがポイント**。

★ 負の数を代入するときは「かっこ」をつける

例： $x=-3$ を $2x$ に代入 → $2 \times (-3) = -6$ 。

かっこをつけないと符号をまちがえやすいので、負の数の代入は**必ずかっこ**。

よくあるミス

- ・ **左辺だけ**計算して「解だ」と決める → かならず**右辺も**計算して比べる。
- ・ 「＝」を「答えを出す記号」と思って、左辺をどんどん計算してしまう → **＝はつり合いの記号**。
- ・ 「方程式」と「解」を混同する → 解は **x の値（数）**。
- ・ 負の数の代入で符号ミス → **かっこ**をつけて代入する。
- ・ 等式（＝）と不等式（ $>$ ・ $<$ ）・ただの式を見分けられない → **＝があるのが等式**。

例題

例題1 次のうち、等式はどれですか。 ア $3x-1$ イ $2x=6$ ウ $x+3>5$

解答： **イ**

解説：等式は「＝」で結んだもの。

- ・ア $3x-1 \dots =$ も不等号もない → ただの式。
 - ・イ $2x=6 \dots =$ がある → 等式。
 - ・ウ $x+3>5 \dots$ 不等号「>」がある → 不等式。
- よって等式はイ。

例題2 $x=2$ は方程式 $3x-1=5$ の解ですか。

解答： **解である**

解説：左辺・右辺を別々に計算して比べる。

$$(\text{左辺}) = 3 \times 2 - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$(\text{右辺}) = 5$$

→ 左辺＝右辺 ($5=5$) なので、 $x=2$ は解である。

例題3 $x=4$ は方程式 $x+3=9$ の解ですか。

解答： **解ではない**

解説：

$$(\text{左辺}) = 4 + 3 = 7$$

$$(\text{右辺}) = 9$$

→ $7 \neq 9$ なので、 $x=4$ は解ではない。

「左辺が7になったから7が答え」ではありません。右辺の9と一致するかどうかで判断します。

例題4 次の数のうち、方程式 $2x+1=5$ の解を選びなさい。 $-1, 0, 1, 2$

解答： **$x=2$**

解説：候補を1つずつ左辺 $2x+1$ に代入し、右辺の5になるものをさがす。

x	左辺 $2x+1$	右辺	判定
-1	$2 \times (-1) + 1 = -1$	5	×
0	$2 \times 0 + 1 = 1$	5	×
1	$2 \times 1 + 1 = 3$	5	×
2	$2 \times 2 + 1 = 5$	5	○

左辺が5になるのは $x=2$ だけ。よって解は $x=2$ 。

例題5 $x=-3$ は方程式 $2x=x-3$ の解ですか。（両辺に x がある場合）

解答：**解である**

解説：両辺ともに x があるので、両方に $x=-3$ を代入する。負の数なのでかっこをつける。

$$(\text{左辺}) = 2 \times (-3) = -6$$

$$(\text{右辺}) = (-3) - 3 = -6$$

→ 左辺=右辺 ($-6=-6$) なので、 $x=-3$ は解である。

ポイント：右辺にも x があるときは、右辺にも忘れず代入する。

例題6 $x=2$ は方程式 $2(x+1)=8$ の解ですか。（かっこのある場合）

解答：**解ではない**

解説：左辺は「かっこの中 → かける」の順で計算する。

$$(\text{左辺}) = 2 \times (2+1) = 2 \times 3 = 6$$

$$(\text{右辺}) = 8$$

→ $6 \neq 8$ なので、 $x=2$ は解ではない。

ポイント：かっこがあるときは、先にかっこの中を計算してからかける。順番をまちがえないこと。

（参考）この方程式 $2(x+1)=8$ の解は $x=3$ 。確かめ：（左辺） $=2 \times (3+1)=8$ 、（右辺） $=8 \rightarrow$ 一致。

例題7 次のことがらを方程式で表しなさい。「ある数 x を3倍して2をひくと10になる」

解答： **$3x - 2 = 10$**

解説：ことばを左から順に式にする。

・「 x を3倍」→ $3x$ ・「2をひく」→ $3x - 2$ ・「10になる」→ $= 10$

つなげて $3x - 2 = 10$ 。

（参考）この方程式の解は $x=4$ 。確かめ：（左辺） $=3 \times 4 - 2 = 10$ 、（右辺） $=10 \rightarrow$ 一致。

この単元のまとめ

- ・ **等式**＝「＝」で結ばれ、左辺と右辺がつり合った式。
- ・ **方程式**＝ x の値で成り立ったり成り立たなかったりする等式。
- ・ **解**＝方程式を成り立たせる x の値（数）。
- ・ **確かめ方**＝左辺と右辺に代入して、両方の値が等しければ解。