

比例・反比例 ④ 反比例の意味と比例定数

中学1年生・数学 / 第4章 比例・反比例 / 難易度：標準

この単元のゴール

比例につづいて「反比例」を学びます。比例とにているようで、ルールが少しちがいます。

- ① **反比例**とはどんな関係か（式 $y=a/x$ の意味）
- ② **比例定数 a** の求め方（ $a=x \times y$ ）
- ③ 表を見て**反比例しているか**を判断できる／**比例とのちがい**を区別する

※ 比例は「 $y \div x$ が一定」、反比例は「 $x \times y$ が一定」。ここの区別が最大のポイントです。

1. 反比例とは

y が x に**反比例する** $\Leftrightarrow y = \frac{a}{x}$ （ $=a \div x$ 、 a は0でない数）の形で表せる関係。

ことばでいうと： x が**2倍・3倍**…になると、 y は**1/2倍・1/3倍**…になる関係。

身近な例（12kmの道のりを進む）

12kmを、速さ x （km/時）で進むときにかかる時間 y （時間）を表にすると：

速さ x	1	2	3	6
時間 y	12	6	4	2

速さが2倍（1→2）になると、時間は半分（12→6）。速さが3倍なら時間は1/3。

このとき $y = 12 \div x$ 、つまり $y = \frac{12}{x}$ 。これが反比例です。

「速い人ほど短い時間で着く」—— 一方がふえると他方がへる関係。

2. 比例定数 a ($a=x \times y$)

反比例 $y = \frac{a}{x}$ の a も**比例定数**という。

反比例では $a = x \times y$ で求められ、どの組でも**つねに同じ値**になる。

「 $x \times y$ がつねに同じ」を確かめる（さっきの表）

x	1	2	3	6
y	12	6	4	2
$x \times y$	12	12	12	12

どこを計算しても $x \times y = 12$ 。この**一定の値12**が**比例定数**で、式は $y = \frac{12}{x}$ 。

道のりの例なら「道のり（12km）」が一定の値、つまり比例定数になっています。

比例定数は負のこともある

例： $x=2$ のとき $y=-6$ なら、 $a=x \times y=2 \times (-6)=-12$ 。式は $y = \frac{-12}{x}$ 。

比例とのちがい（最重要）

	比例	反比例
式	$y = ax$	$y = \frac{a}{x}$
一定になるもの	$y \div x$	$x \times y$
x が2倍になると	y も2倍	y は1/2倍

3. 反比例かどうかの判断

表で $x \times y$ がつねに同じ値になれば、 y は x に反比例している。その値が比例定数。

例：これは反比例？（ $x \times y$ を計算）

x	1	2	4
y	8	4	2
$x \times y$	8	8	8

$x \times y$ がつねに8 → 反比例する（ $a=8$ ）。式は $y = \frac{8}{x}$ 。

比例と反比例を取りちがえない

- ・ $y \div x$ が一定 → 比例（ $y = ax$ ）
- ・ $x \times y$ が一定 → 反比例（ $y = a/x$ ）

迷ったら、表で「 $y \div x$ 」と「 $x \times y$ 」の両方を計算し、どちらが一定か確かめる。

式の形で見分ける

・ $y = 3x$... 比例 ・ $y = \frac{6}{x}$... 反比例 ・ $y = \frac{x}{2}$ （ $= \frac{1}{2}x$ ）... 比例（注意！）

$y = x/2$ は「 x を2でわる」＝比例定数1/2の**比例**。分数に見えても反比例ではない。反比例は「 x が分母」にあるもの。

例題

例題1 y は x に反比例し、 $x=3$ のとき $y=4$ です。比例定数を求めなさい。

解答：12

解説： $a=x \times y=3 \times 4=12$ 。(式は $y=12/x$)

例題2 $y=\frac{12}{x}$ で、 $x=4$ のとき y を求めなさい。

解答：3

解説： $y=12 \div 4=3$ 。

例題3 次の表で y は x に反比例しますか。比例定数も答えなさい。

$x: 1, 2, 3, 4 / y: 12, 6, 4, 3$

解答：反比例する（比例定数 12）

解説： $x \times y$ を計算 $\rightarrow 1 \times 12=12$ 、 $2 \times 6=12$ 、 $3 \times 4=12$ 、 $4 \times 3=12$ 。つねに12なので反比例。

例題4 反比例で、 x が3倍になると y はどうなりますか。

解答：1/3倍になる

解説：反比例は $x \times y$ が一定。 x が3倍になると、積を保つため y は1/3倍。

例題5 次のうち反比例をすべて選びなさい。

ア $y=3x$ イ $y=\frac{6}{x}$ ウ $y=\frac{x}{2}$ エ $y=\frac{-12}{x}$

解答：イ、エ

解説：反比例は「 x が分母」にある $y=a/x$ 。アは比例、ウは $y=(1/2)x$ で比例。

例題6 y は x に反比例し、 $x=2$ のとき $y=-6$ です。比例定数を求めなさい。

解答： **-12**

解説： $a=x \times y=2 \times (-6)=-12$ 。

例題7 面積が 12cm^2 の長方形があります。縦 $x\text{ cm}$ 、横 $y\text{ cm}$ として、 y を x の式で表しなさい。

解答： $y=\frac{12}{x}$

解説：長方形の面積＝縦×横。 $x \times y=12$ （面積が一定）なので反比例。 $y=12 \div x=12/x$ 。
「面積が一定」のとき、縦と横は反比例になります。

よくあるミス

- ・ $y \div x$ （比例）と $x \times y$ （反比例）を取りちがえる。反比例は $x \times y$ が一定。
- ・ $y=\frac{x}{2}$ を反比例と思う → これは比例（ x が分母にない）。反比例は「 x が分母」。
- ・ 比例定数の符号を落とす。

この単元のまとめ

- ・ 反比例… $y=a/x$ 。 x が□倍になると y は $1/\square$ 倍。
- ・ 比例定数… $a=x \times y$ （つねに一定）。
- ・ 判断… 表で $x \times y$ が一定か。式で x が分母にあるか。