

比例・反比例 ① 比例の意味と比例定数

中学1年生・数学 / 第4章 比例・反比例 / 難易度：標準

この単元のゴール

この章では「2つの量がどう関係しているか」を式やグラフで表します。まずは「比例」から。

① 比例とはどんな関係か（式 $y=ax$ の意味）

② 比例定数 a とは何か、どう求めるか（ $a=y \div x$ ）

③ 表を見て「比例しているか」を判断できるようにする

※ ここがあやふやだと、このあとの「式を求める」「グラフ」でつまづきます。まず意味をしっかりと。

1. 比例とは

y が x に比例する $\Leftrightarrow y=ax$ （ a は0でない数）の形で表せる関係。

ことばでいうと： x が2倍・3倍…になると、 y も2倍・3倍…になる関係。

身近な例で考えよう

1冊150円のノートを買うとき、冊数 x と代金 y の関係を表にすると：

冊数 x (冊)	1	2	3	4
代金 y (円)	150	300	450	600

x が2倍（1→2）になると y も2倍（150→300）。 x が3倍なら y も3倍。

このとき $y = 150 \times x$ 、つまり $y=150x$ と書けます。これが比例です。

2. 比例定数 a

$y=ax$ の a を **比例定数** という。

比例定数は $a = y \div x$ で求められ、どの組 (x, y) で計算しても **つねに同じ値** になる。

「 $y \div x$ がつねに同じ」を確かめる（さっきのノートを表）

x	1	2	3	4
y	150	300	450	600
$y \div x$	150	150	150	150

どこを計算しても $y \div x = 150$ 。この**一定の値150が比例定数**で、式は $y = 150x$ 。

「1あたりの量（ここでは1冊の値段）」が比例定数になる、と考えると意味がつかめます。

比例定数は負のこともある

$y = -2x$ のように、 a が負の数のこともあります。

例： $x=3$ のとき $y=-6$ なら、 $a = y \div x = (-6) \div 3 = -2$ 。式は $y = -2x$ 。

a の**符号もふくめて**比例定数です（ -2 の「 $-$ 」を落とさない）。

まとめ：比例の式と比例定数

- ・ 式 … $y = ax$
- ・ 比例定数 … $a = y \div x$ （一定）
- ・ 1組の (x, y) がわかれば、 a が求められ、式が決まる。

3. 比例しているかどうかの判断

表で $y \div x$ がつねに同じ値になれば、 y は x に比例している。その値が比例定数。
1か所でも $y \div x$ の値がちがえば、比例していない。

例：これは比例？（ $y \div x$ を計算して確かめる）

x	1	2	3
y	1	4	9
$y \div x$	1	2	3

$y \div x$ が 1, 2, 3 とバラバラ → 比例していない。
(これは $y = x^2$ の関係。 x が2倍でも y は2倍にならない。)

「増えれば比例」ではない！（重要）

「 x が増えると y も増える」だけでは比例とはいいません。

例： $y = x + 3$... x が増えれば y も増えるが、 x が2倍でも y は2倍にならない（ $x = 1$ で4、 $x = 2$ で5）。
これは**比例ではない**。

比例は「 **$y = ax$ の形（原点から始まり、同じ割合でふえる）**」だけ。 $y \div x$ が一定かどうかで判断する。

式の形で見分ける

- $y = 3x$... 比例（ $y = ax$ の形）
- $y = -x$... 比例（ $a = -1$ ）
- $y = x + 3$... 比例でない（+3 がついている）
- $y = \frac{6}{x}$... 比例でない（これは反比例。④で学ぶ）

例題

例題1 y は x に比例し、 $x=2$ のとき $y=6$ です。比例定数を求めなさい。

解答： **3**

解説： $a=y \div x=6 \div 2=3$ 。（このとき式は $y=3x$ ）

例題2 $y=4x$ の比例定数を答えなさい。

解答： **4**

解説： $y=ax$ の a が比例定数。 $y=4x$ なので $a=4$ 。

例題3 次の表で y は x に比例しますか。比例定数も答えなさい。

$x : 1, 2, 3 / y : 3, 6, 9$

解答： **比例する（比例定数 3）**

解説： $y \div x$ を計算 $\rightarrow 3 \div 1=3$ 、 $6 \div 2=3$ 、 $9 \div 3=3$ 。つねに3で一定なので比例。 $a=3$ 。

例題4 y は x に比例し、 $x=3$ のとき $y=-12$ です。比例定数を求めなさい。

解答： **-4**

解説： $a=y \div x=(-12) \div 3=-4$ 。符号の「-」を忘れない。

例題5 次のうち、 y が x に比例するものをすべて選びなさい。

ア $y=5x$ イ $y=x+2$ ウ $y=-3x$ エ $y=\frac{8}{x}$

解答： **ア、ウ**

解説： 比例は $y=ax$ の形だけ。イは「+2」があるので比例でない。エは反比例。

例題6 y は x に比例し、 x が4増えると y は12増えます。比例定数を求めなさい。

解答：**3**

解説：比例では「 y の増え方 $\div$ x の増え方」も比例定数になる。 $a=12\div4=3$ 。

x が4ふえるたびに y が12ふえる＝「 x が1ふえると y は3ふえる」＝比例定数3。

例題7 1mの重さが5gの針金があります。 x mの重さを y g として、 y を x の式で表しなさい。

解答： **$y=5x$**

解説：「1mで5g」＝1あたりの量が5＝比例定数5。長さが2倍なら重さも2倍なので比例。 $y=5x$ 。

よくあるミス

- ・ $y\div x$ （比例）と $x\times y$ （反比例）を取りちがえる。比例は $y\div x$ が一定。
- ・ 比例定数の**符号を落とす**（ $y=-2x$ の a は -2 ）。
- ・ 「増えれば比例」と思う $\rightarrow y=x+3$ などは比例ではない。 **$y=ax$ の形**だけが比例。

この単元のまとめ

- ・ 比例… **$y=ax$** 。 x が□倍になると y も□倍。
- ・ 比例定数… **$a=y\div x$** （つねに一定）。「1あたりの量」と考えるとよい。
- ・ 判断… 表で $y\div x$ が一定か。式が $y=ax$ の形か。