

比例・反比例 ⑤ 反比例の式とグラフ

中学1年生・数学 / 第4章 比例・反比例 / 難易度：標準

この単元のゴール

④で「反比例とは何か」を学びました。今回は**式を求めたり、グラフをかいたり**できるようにします。

① 1組の (x, y) から **反比例の式 $y=a/x$** を求める

② 式に代入して値を求める ($x \leftrightarrow y$)

③ **反比例のグラフ（双曲線）** の特徴を理解し、かく／読む

※ グラフは比例（直線）とちがって**なめらかな曲線**。形のちがいをしっかりおさえます。

1. 反比例の式の求め方

① $y = \frac{a}{x}$ とおく → ② x, y を代入し $a = x \times y$ を求める → ③ 式を完成

実演 ($x=2$ のとき $y=6$ の反比例の式)

① $y = \frac{a}{x}$ とおく。

② $a = x \times y = 2 \times 6 = 12$ 。

③ $y = \frac{12}{x}$ 。

比例は $a = y \div x$ 、反比例は $a = x \times y$ 。かけ算で求めるのがポイント。

2. 値の求め方

x から y ($y = \frac{12}{x}$ で $x=3$) → $y = 12 \div 3 = 4$ 。

y から x ($y = \frac{12}{x}$ で $y=2$) → $2 = \frac{12}{x}$ より $x = 12 \div 2 = 6$ 。

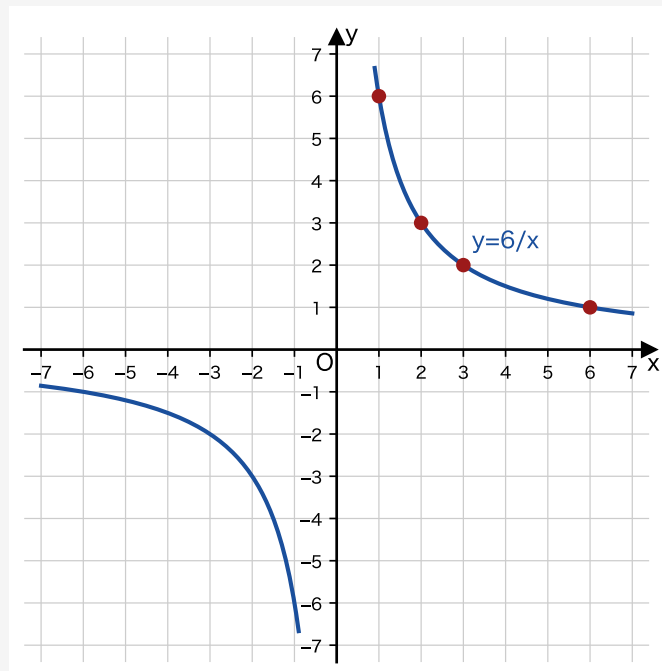
$x \times y = a$ （一定）なので、片方がわかればもう片方は $a \div$ （わかっている数）で出せる。

3. 反比例のグラフの特徴

反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフは、なめらかな曲線（双曲線）。比例のような直線ではない。

- $a > 0$ … 第1象限と第3象限（右上と左下）
- $a < 0$ … 第2象限と第4象限（左上と右下）
- 原点は通らない。x軸・y軸に近づくが、交わらない。

図で確認 ($y = \frac{6}{x}$)



$a = 6 > 0$ なので、右上（第1象限）と左下（第3象限）に分かれた2本の曲線。
点(1,6)(2,3)(3,2)(6,1)…のように、xがふえるとyがへっていきます。原点は通りません。

グラフでいちばん多いミス

- 直線でかいてしまう → 反比例は曲線。
- 原点を通るようにかく → 反比例は原点を通らない。
- 2本の曲線のうち片方しかかかない → $a > 0$ なら第1・第3の両方。

4. 反比例のグラフのかき方

曲線なので、いくつかの点をとって、なめらかに結ぶのがコツ。

- ① x にいろいろな数を入れて、 y を求める表を作る
- ② その点を座標にとる
- ③ 点をなめらかな曲線で結ぶ（定規の直線ではない）

実演 ($y = \frac{6}{x}$ の表を作る)

x	1	2	3	6
y	6	3	2	1

点(1,6)(2,3)(3,2)(6,1)をとり、なめらかに結ぶ（第1象限）。

x が負のときも同様に表を作ると、第3象限の曲線がかけます（例： $x = -1$ で $y = -6$ ）。

$x = 0$ は計算できない（0でわれない）→ y 軸とは交わらない。

5. グラフから式を読み取る

曲線が通る点(x, y)を1つ読み取り、 $a = x \times y$ を計算する。

例：曲線が点(2, 4)を通る → $a = 2 \times 4 = 8$ → 式は $y = \frac{8}{x}$ 。

例題

例題1 y は x に反比例し、 $x=2$ のとき $y=6$ です。式を求めなさい。

解答： $y = \frac{12}{x}$

解説： $a = x \times y = 2 \times 6 = 12$ 。よって $y = 12/x$ 。

例題2 $y = \frac{12}{x}$ で、 $x=3$ のとき y を求めなさい。

解答：**4**

解説： $y = 12 \div 3 = 4$ 。

例題3 $y = \frac{12}{x}$ で、 $y=2$ のとき x を求めなさい。

解答：**6**

解説： $2 = 12/x \rightarrow x = 12 \div 2 = 6$ 。

例題4 $y = \frac{6}{x}$ のグラフは、どの象限を通りますか。

解答：**第1象限と第3象限**

解説： $a = 6 > 0$ なので、右上（第1）と左下（第3）に分かれた双曲線。

例題5 反比例のグラフが点(2, 3) を通ります。式を求めなさい。

解答： $y = \frac{6}{x}$

解説： $a = x \times y = 2 \times 3 = 6$ 。よって $y = 6/x$ 。

例題6 $y = \frac{-6}{x}$ のグラフは、どの象限を通りますか。

解答：第2象限と第4象限

解説： $a = -6 < 0$ なので、左上（第2）と右下（第4）に分かれた双曲線。

例題7 反比例のグラフが点(3, 4)を通ります。式を求め、 $x = 6$ のとき y を求めなさい。

解答：式 $y = \frac{12}{x}$ 、 $x = 6$ のとき $y = 2$

解説： $a = 3 \times 4 = 12$ 。 $y = 12/x$ 。 $x = 6 \rightarrow y = 12 \div 6 = 2$ 。

例題8 12kmの道のりを時速 x kmで進むと y 時間かかります。式を作り、時速4kmのときの時間を求めなさい。

解答：式 $y = \frac{12}{x}$ 、時速4kmで 3時間

解説：道のり一定（12km）なので反比例。 $x \times y = 12$ 。 $y = 12 \div 4 = 3$ （時間）。

よくあるミス（まとめ）

- ・式： $a=x \times y$ を $a=y \div x$ （比例）と混同する。
- ・グラフ：直線でかく／原点を通るようにかく（どちらもまちがい。曲線・原点を通らない）。
- ・ $a>0$ なら第1・第3、 $a<0$ なら第2・第4。2本の曲線の両方をかく。
- ・グラフから式は $a=x \times y$ （通る点のかけ算）。

この単元のまとめ

- ・式… $y=a/x$ 。 $a=x \times y$ を求めて式にする。
- ・値… $x \times y=a$ （一定）。片方から $a \div \square$ でもう片方。
- ・グラフ… 双曲線（なめらかな曲線）。 $a>0$ は第1・第3、 $a<0$ は第2・第4。原点は通らない。
- ・かき方… 表を作って点を取り、なめらかに結ぶ。