

一次方程式 ② 等式の性質

中学1年生・数学 / 第3章 一次方程式 / 難易度：標準

この単元のゴール

今回は「方程式とは何か」「解とは何か」を学びました。今回は、その解を自分で求めるための土台を学びます。

- ① 等式の性質（4つ）を理解する
 - ② その性質を使って、方程式を $x=\bigcirc$ の形に変形できるようになる
 - ③ 次の単元で出てくる「移項」のしくみ（なぜ符号を変えて反対側へ移せるのか）を理解する
- ※ 等式の性質は、方程式を解くときのすべての操作の「根拠」になります。ここを理解しておく、移項やかっこのある計算でまよわなくなります。

1. 等式の性質とは

等式 $A=B$ が成り立っているとき、両辺に同じ操作をしても、等式は成り立ったままです。これを「等式の性質」といいます。

	性質	例
①	両辺に同じ数をたす： $A=B \rightarrow A+C=B+C$	$x-3=5 \rightarrow x-3+3=5+3$
②	両辺から同じ数をひく： $A=B \rightarrow A-C=B-C$	$x+4=9 \rightarrow x+4-4=9-4$
③	両辺に同じ数をかける： $A=B \rightarrow A \times C=B \times C$	$\frac{x}{2}=6 \rightarrow \frac{x}{2} \times 2=6 \times 2$
④	両辺を同じ数でわる（0以外）： $A=B \rightarrow A \div C=B \div C$	$3x=12 \rightarrow 3x \div 3=12 \div 3$

てんびんで考えるとイメージしやすい
等式は、左右がつり合ったてんびんと同じでした（左辺の重さ＝右辺の重さ）。
・両方の皿に**同じ重さ**をのせても → つり合いはそのまま（性質①）
・両方の皿から**同じ重さ**をおろしても → つり合いはそのまま（性質②）
・両方の皿の重さを**同じ倍**にしても → つり合いはそのまま（性質③④）
「片方だけ」変えるとかたむいてしまうのがポイント。だから方程式でも、つねに**両辺に同じこと**をします。

4つの性質を1つずつ確認

性質① 両辺に同じ数をたす

左辺に「-3」がついていてじゃまなとき、**両辺に3をたす**と-3が消えてxだけが残ります。

$$x - 3 = 5$$

$$x - 3 + 3 = 5 + 3 \quad \dots\dots \text{両辺に3をたす}$$

$$x = 8$$

「-3を消したいから、反対の+3をたす」という考え方です。

性質② 両辺から同じ数をひく

左辺に「+4」がついているとき、**両辺から4をひく**と消えます。

$$x + 4 = 9$$

$$x + 4 - 4 = 9 - 4 \quad \dots\dots \text{両辺から4をひく}$$

$$x = 5$$

性質③ 両辺に同じ数をかける

xが「 $\div 2$ ($= \frac{x}{2}$)」の形のとき、**両辺に2をかける**とxだけになります。

$$\frac{x}{2} = 6$$

$$\frac{x}{2} \times 2 = 6 \times 2 \quad \dots\dots \text{両辺に2をかける}$$

$$x = 12$$

「 $\div 2$ を消したいから、反対の $\times 2$ をする」という関係です。

性質④ 両辺を同じ数でわる

xに「 $\times 3$ ($= 3x$)」がついているとき、**両辺を3でわる**とxだけになります。

$$3x = 12$$

$$3x \div 3 = 12 \div 3 \quad \dots\dots \text{両辺を3でわる}$$

$$x = 4$$

$\times 3$ の反対は $\div 3$ 。たし算 $\leftrightarrow$ ひき算、かけ算 $\leftrightarrow$ わり算が「反対の操作」になります。

まとめ：消すには「反対の操作」をする

xについているもの	消すためにすること
+□ (たされている)	両辺から□をひく
-□ (ひかれている)	両辺に□をたす
$\times$ □ (かけられている)	両辺を□でわる
$\div$ □ (わられている)	両辺に□をかける

2. $x = \bigcirc$ の形にする

方程式を解くとは、等式の性質を使って「 $x = \text{数}$ 」の形にすることです。
 x のまわりにある「じゃまな数」を、上の「反対の操作」で1つずつ消していきます。
必ず両辺に同じことをするのがルールです。

例： $2x + 1 = 9$ を $x = \bigcirc$ にする

① まず「 $+1$ 」を消す（両辺から1をひく）

$$2x + 1 - 1 = 9 - 1 \rightarrow 2x = 8$$

② 次に「 $\times 2$ 」を消す（両辺を2でわる）

$$2x \div 2 = 8 \div 2 \rightarrow x = 4$$

「数の項を消す $\rightarrow x$ の係数を消す」の順にやると、きれいに $x = \bigcirc$ になります。

3. 移項のしくみ（なぜ符号を変えて移せるのか）

次の単元で出てくる「**移項（いこう）**」とは、ある項を、符号を変えて反対の辺へ移すこと。
 実はこれは、**等式の性質①②（両辺に同じ数をたす・ひく）**を短くしたものです。

等式の性質で書くと…（ $x - 5 = 2$ ）

$$x - 5 = 2$$

$$x - 5 + 5 = 2 + 5 \quad \dots\dots \text{両辺に5をたす（性質①）}$$

$$x = 2 + 5 \quad \dots\dots \text{左辺の } -5 \text{ が消え、右辺に } +5 \text{ が現れた}$$

$$x = 7$$

注目：左辺にあった -5 が、右辺では $+5$ になって出てきました。

つまり「両辺に5をたす」という操作は、見かけ上「 -5 を反対側へ $+5$ として移した」のと同じ。これが移項です。

だから移項では「符号が変わる」

- ・左辺の -5 を右辺へ移すと $+5$
- ・左辺の $+3$ を右辺へ移すと -3

符号が変わるのは、もとが「両辺に同じ数をたす・ひく」操作だからです。**意味がわかっていれば、符号の変え忘れを防げます。**

例題 等式の性質を使って解きなさい。

例題1 $x - 3 = 5$

解答： $x=8$

解説：左辺の「 -3 」を消すため、**両辺に3をたす（性質①）**。

$$x - 3 + 3 = 5 + 3 \rightarrow x = 8。$$

例題2 $x + 4 = 9$

解答： $x=5$

解説：左辺の「 $+4$ 」を消すため、**両辺から4をひく（性質②）**。

$$x + 4 - 4 = 9 - 4 \rightarrow x = 5。$$

例題3 $3x = 12$

解答： $x=4$

解説： x についての「 $\times 3$ 」を消すため、**両辺を3でわる（性質④）**。

$$3x \div 3 = 12 \div 3 \rightarrow x = 4。$$

例題4 $\frac{x}{2} = 6$

解答： $x=12$

解説： x についての「 $\div 2$ 」を消すため、**両辺に2をかける（性質③）**。

$$\frac{x}{2} \times 2 = 6 \times 2 \rightarrow x = 12。$$

例題5 $-2x = 10$ （係数が負の場合）

解答： $x=-5$

解説： x についての「 $\times (-2)$ 」を消すため、**両辺を -2 でわる（性質④）**。

$$-2x \div (-2) = 10 \div (-2) \rightarrow x = -5。$$

負の数でわるので符号に注意。 $10 \div (-2) = -5$ 。

例題6 $2x + 1 = 9$ (2回操作する)

解答: $x=4$

解説: 数の項を消してから、係数を消す。

- ① 両辺から1をひく: $2x + 1 - 1 = 9 - 1 \rightarrow 2x = 8$
- ② 両辺を2でわる: $2x \div 2 = 8 \div 2 \rightarrow x = 4$

例題7 $x - 5 = 2$ を「移項」を使って解き、どの性質と同じか答えなさい。

解答: $x=7$ (両辺に5をたすこと=性質①と同じ)

解説: 左辺の -5 を右辺へ移項すると $+5$ になる。

$$x = 2 + 5 = 7$$

これは「両辺に5をたす(性質①)」をまとめたものと同じです。

よくあるミス

- ・片方の辺だけ操作してしまう → つり合いがくずれる。必ず両辺に同じことをする。
- ・「反対の操作」をまちがえる → $+$ には $-$ 、 $\times$ には $\div$ で消す。
- ・0でわってしまう → 性質④は「0以外の数」でわる(0でわることはできない)。
- ・移項のとき符号を変え忘れる → 移項は「両辺に同じ数をたす・ひく」と同じ。だから符号が変わる。
- ・負の数でわるときの符号ミス(例題5) → 落ち着いて符号を確認する。

この単元のまとめ

- ・等式の性質… 両辺に同じ操作(たす・ひく・かける・わる)をしても等式は成り立つ。
- ・ x についた数は「反対の操作」で消す($+\leftrightarrow-$ 、 $\times\leftrightarrow\div$)。
- ・解くとは $x=\bigcirc$ の形にすること。
- ・移項は、等式の性質①②を短くしたもの。だから符号が変わる。